INSTRUCTION

SUR LA

MACHINE A DIVISER ET A TAILLER.

Digitized by Google

ERRATA.

Pages.	Lignes.
4	17 *lisez : o'q'.*
8	4 en remontant, *lisez :* l'alidade sur un des points,
15 et 16	28 et 1. *lisez :* sur le filet,
17	14 *lisez :* ensuite nous desserrons le boulon *cd* de la roue, de manière que celle-ci puisse, sans se déranger, tourner autour de ce dernier.
24	6 *lisez :* oreilles.
36	1 en remontant, *lisez :* diamètre.
44	3 en remontant, *lisez :* est égale à $\frac{p}{6}$,
54	14 *lisez :* $0^{m}0328 = C$.
56	1 une virgule après : V,
ibid	12 *lisez :* puis substituant, dans la valeur de B, celles de *n*, *M*, *A*, nous aurons
58	9 *lisez :* $\frac{7}{2} = v$,
59	20 *lisez :* en aura passé la même quantité ;
63	3 *lisez :* seulement nous prenons un facteur de plus dans le premier membre,
64	6 *lisez :* problème.
65	12 une virgule après : $\frac{n \times v}{V}$,
67	12 *lisez :* problème.
72	24 — *idem.*

C08734



Instruction

SUR LA

MACHINE A DIVISER ET A TAILLER,

Donnant les moyens de se servir de la machine, de tailler les différentes roues dentées qui se présentent dans les constructions; de tailler un compteur d'horloge, et de trouver la courbure des dents, etc., avec divers problèmes appliqués sur les roues dentées.

Ce petit ouvage contient deux planches contenant trois projections, sur lesquelles nous faisons l'explication de la machine; trente-trois autres figures sur les diverses parties de cette dernière, et sur des notions pour les roues dentées, etc.

Par T. PLAISANT,

CHEF DE L'ATELIER D'AJUSTAGE DE L'ÉCOLE ROYALE D'ARTS ET MÉTIERS D'ANGERS.

ANGERS,

IMPRIMERIE ET LITH. DE LAUNAY-GAGNOT.

1842.

Digitized by Google



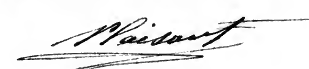
PRÉFACE.

Dans cette brochure nous sommes sorti des limites de notre sujet ; nous avons voulu donner, après avoir traité les différents cas qui se rencontrent pour les roues que nous pouvons tailler sur notre machine, quelques notions indispensables sur la forme des dents d'une roue, puis les moyens graphiques pour construire la courbure de ces dents, et enfin les divers problêmes qui peuvent se présenter dans la construction des roues dentées qui se communiquent le mouvement avec certaines vitesses. C'est afin d'aplanir, autant que possible, les difficultés que nous avons ajouté un supplément à la description de cette machine qui doit donner, au moyen d'outils bien faits, la véritable courbure à la dent.

Pour faire comprendre le motif qui nous a dirigé, nous nous bornerons à citer quelques paroles de M. Vincent, Officier de la Légion-d'Honneur, Inspecteur-Général des Écoles royales d'Arts et Métiers, et Ingénieur de marine, dans l'allocution qu'il adressa, en 1840, aux élèves de l'École royale d'Angers, lors de la distribution des ré-

compenses : « Nous avions pensé depuis long-temps que » si l'on rédigeait des notices succinctes sur la pratique » de vos ateliers, sur l'usage et les propriétés des outils » et des machines que vous employez, elles vous seraient » d'un grand secours pour l'exercice de vos différentes » professions, qu'elles vous donneraient le moyen d'y » acquérir l'habileté que l'on doit attendre de jeunes » ouvriers instruits, dont les mains doivent être guidées » par le raisonnement et l'observation, et non pas par » un instinct aveugle. » Fort de cette importante vérité, nous nous sommes déterminé à faire paraître cette seconde publication ; trop heureux si ce simple exposé peut satisfaire au vœu de Monsieur l'Inspecteur et contribuer en même temps au perfectionnement des élèves qui nous sont confiés.

Chaque exemplaire doit porter la signature de l'auteur.



Machine

A DIVISER ET A TAILLER.

La Machine à diviser et à tailler sert à creuser, suivant des génératrices, dans un cylindre ou dans un cône tronqué bien tourné, en métal ou en bois, un nombre convenable de dents dont la forme déterminée par la théorie des engrenages, doit être strictement celle de l'outil. Ce cylindre ou ce cône ainsi taillé se nomme pignon denté, si c'est la plus petite des roues que nous taillons, ou roue dentée si c'est la plus grande; en effet, une roue dentée, n'est jamais seule, elle est toujours accompagnée d'une autre qui la commande ou qui est commandée par

Digitized by Google

elle. Ainsi donc, toutes les fois que nous aurons deux roues dentées qui engrèneront l'une avec l'autre, celle qui aura le moins de dents sera nommée pignon denté, et l'autre, roue dentée.

Les métaux que nous employons sont l'acier, le fer pour les pignons; la fonte, le bronze, le laiton pour les pignons et les roues, et le zinc pour les petits modèles de roues. Les bois dont nous nous servons sont : le cormier, le poirier, le hêtre, le charme et l'alisier; ils servent à faire de petits modèles, et pour les dents seulement, quand les modèles de roues ont de fortes dimensions.

Avant de parler de la manière de se servir de cet outil, nous allons donner les détails des pièces qui composent la machine. Nous distinguerons d'abord un châssis qui est formé par trois montants *c d, c'd'* et *o'qq'* fig. 1 et 2; puis trois traverses longitudinales, dont les deux qui sont en dessus *m o, m'o'* fig. 1 et 3, sont parfaitement cylindriques, et la troisième *p q, l k* fig. 1 et 2, est fixée dans le bas avec les montants, qui sont tenus sur un établi *A B* garni de tiroirs. Sur celles qui sont dans la partie supérieure, et que nous nommerons coulisseaux, est placé un collier *z* fig. 1 et 2 à coulisses, qui est garni de coussinets et taraudé dans son milieu, pour recevoir une vis de rappel *f g* fig. 3, placée entre les coulisseaux; l'axe de cette vis est dans le même plan qui passe par les axes de ces derniers.

Nous faisons tourner cette vis au moyen de sa manivelle *t*, fig. 1 et 3, ou d'un second arbre *ux* garni aussi d'une manivelle *t'* et d'une roue dentée *M* qui engrène avec une plus grande *N*, pour faire avancer ou reculer le collier *z*, sur lequel est fixé le porte-outil *k*, au moyen d'un boulon *r* qui sert à lier les deux parties du collier.

Ce porte-outil peut tourner suivant trois plans différents : d'abord verticalement autour de l'axe *e*; secondement, verticalement aussi, mais autour de l'axe *n*, et perpendiculairement au premier; et enfin horizontalement autour de l'axe *r*.

L'outil qui sert à couper le métal est monté sur le cylindre *l*, fig. 2, portant deux pivots *s*, *u* et une poulie *F* qui reçoit le mouvement de rotation que lui transmet une corde passant sur une autre poulie beaucoup plus grande. Les pivots de ce cylindre sont logés dans deux crapaudines coniques, portées par deux douilles fixées de position, au moyen des brides de pression *E*, *E'*, dans les bras du coulisseau *b* qui glisse dans la partie *a* au moyen du levier *y*; nous faisons aller celui-ci à la main de haut en bas très-lentement, de manière que l'outil ait le temps d'attaquer régulièrement toute la largeur de la couronne.

L'outil étant placé sur le cylindre, et pouvant aller de droite à gauche, au moyen de deux vis de rappel *v*, *v'*, qui poussent les crapaudines, il est facile de voir que l'ouvrier peut placer cet outil dans toutes les positions qu'exige la taille des diverses roues den-

tées, dont nous faisons usage dans les machines, pourvu que la roue à tailler ait une dimension telle que nous puissions la placer sur la machine à diviser.

Entre les deux montants *cd, c'd'*, et sur la traverse *l k*, est placée une crapaudine *B* à vis, destinée à recevoir l'axe *s k' x* qui est en deux parties unies par la clavette *A*. Cet axe porte un collet qui est logé dans le coussinet de la traverse *p'q'*, et un cône *k'* qui reçoit le plateau *A*, fig. 4, plus ou moins grand, (cela dépend de la roue), sur lequel nous fixons cette dernière, au moyen de la tige *x* taraudée et de son écrou, en sorte que la roue puisse tourner avec l'axe et le plateau *C*, fig. 1, 2 et 3, qui porte les divisions, et qui est aussi fixé sur ce dernier. Sur ce cercle *C* sont tracées par points en excavation, un grand nombre de circonférences également distantes, et toutes de divisions différentes.

Sur l'un des montants nous plaçons un demi-cercle *b*, traversé, à son centre, par un boulon *t''* qui sert de pivot à l'alidade *N*, laquelle porte aussi un boulon qui la fixe de position, suivant la division qui détermine le nombre des dents que doit avoir la roue à tailler; puis nous posons sur le plateau un guide-âne *UDV*, fig. 5, qui, une fois réglé, sert à trouver exactement et sans tâtonnement le point consécutif qui convient pour la dent suivante, autrement dit, la fraction de tour que doit faire le plateau, pour que la roue passe d'un pas. C'est en appuyant le bout *V* du

guide-âne contre un point fixe, ou contre un des montants *q* par exemple, afin qu'il lui serve de point d'arrêt invariable; et c'est en mettant l'aiguille *F* sur le point consécutif, quand l'alidade est déjà sur la division convenable, que nous obtenons cette grande facilité pour trouver exactement le point qui vient immédiatement après.

Le guide-âne étant posé sur le plateau et maintenu par l'axe de ce dernier, est forcé de tourner autour de cet axe ou avec lui, selon que nous faisons tourner le plateau, ou seulement le guide-âne.

Alors quand la pointe T de l'alidade est placée dans un des points du plateau (le point de départ), que nous supposons appartenir à la division convenable, que l'aiguille du guide-âne est sur le point *S* suivant, qui appartient à la même circonférence divisée; et enfin quand le point *V* est contre le montant, *q*, il est facile de voir que la distance des deux points *S*, *T* restera toujours la même, tant que nous ferons revenir le point *V* contre le montant et que l'alidade n'aura pas tourné autour de son boulon *t*''.

Ainsi, par exemple, supposons que cette distance *S T*, soit de quatre divisions, ce qui prend cinq points; nous concevons que ce nombre 4 divise exactement le nombre des divisions contenues dans cette circonférence, car nous ne pouvons pas avoir de fraction de dent; alors nous placerons la pointe T de l'alidade sur un des points de la circonférence divi-

sée, qui est multiple de 4, puis nous compterons 4 divisions, ou 5 points sur cette circonférence ; ensuite, nous mettrons sur le cinquième point l'aiguille *F* du guide-âne, en ayant soin de bien faire appuyer le point *V* contre le montant. Cela fait, nous levons l'alidade *N* avec la main gauche, et avec la droite nous faisons tourner le plateau qui entraîne avec lui le guide-âne pendant ce mouvement, et le point *S* arrive en face du point fixe *T*; alors nous arrêtons le plateau et nous remettons l'alidade sur le point indiqué par le guide-âne ; ensuite nous poussons celui-ci contre le montant, et la distance *S T*, que nous avions avant ce mouvement, ne change pas sur la même circonférence divisée. Or, comme cette distance divise exactement la circonférence, nous obtiendrons de cette manière un nombre convenable de divisions pour tailler la roue.

Nous aurions pu prendre un autre nombre de divisions sur lequel nous eussions fait le même raisonnement. Par exemple, soit une roue de 30 dents, et proposons-nous de la diviser. Pour cela, nous commençons par chercher dans le nombre des circonférences divisées, celle qui est divisible par 30 : or, nous trouvons 210 qui donne $\frac{210}{30}=7$. Nous mettons ensuite, comme nous l'avons dit, l'alidade sur un des points *T*, nous comptons 7 divisions, ou 8 points, sur la circonférence de 210 divisions égales, et nous plaçons le guide-âne sur le huitième point; puis nous continuons

l'opération comme précédemment. L'alidade fait ressort et permet que nous la levions à volonté sans déranger sa position primitive; elle porte la pointe T qui se loge dans les points pratiqués sur le plateau.

Donnons maintenant le moyen de se servir de la machine.

Nous distinguons trois cas dans la taille des roues : le premier, celui des roues cylindriques; le second, celui des roues cylindriques aussi, mais ayant les dents obliques, pour engrener avec la vis sans fin; et le troisième enfin, celui des roues coniques ou roues d'angle.

Le premier cas consiste à s'assurer si le coulisseau de la machine se meut suivant un plan passant par l'axe de l'arbre *sk'x* fig. 2, et si l'outil passe exactement par cet axe. Pour cela, nous plaçons cet arbre suivant une verticale, au moyen du fil-à-plomb, puis nous remarquons si l'un des points du tranchant de l'outil placé sur le coulisseau, se meut suivant le fil-à-plomb. Nous pourrions faire autrement si l'arbre *sk'x* ne tournait pas parfaitement rond : nous centrerions sur cet arbre la roue à tailler, de manière qu'elle tournât bien plan et bien rond; ensuite nous poserions sur le plan supérieur de cette roue, l'un des côtés d'une équerre; et l'autre côté indiquerait la direction perpendiculaire au plan de la roue, que doit avoir l'outil, et par suite le coulisseau. Nous faisons ensuite avancer, au

moyen de la manivelle *t*, fig. 1, le système *kz*, jusqu'à ce que l'outil arrive sur l'extrémité *x* de l'arbre *sk'x*, fig. 2; puis nous faisons tourner le plateau *C*, afin de tracer sur le bout *x*, au moyen de l'outil, un petit cercle dont le centre sera la position rigoureuse du milieu de l'outil. Cela terminé, nous ferons des remarques sur la machine, au moyen de points ou de lignes, pour que nous puissions la replacer au besoin, après qu'elle aura été dérangée, et afin de ne pas répéter plusieurs fois la même opération; la roue à tailler doit avoir toujours le cercle primitif tracé.

Avant de commencer, nous appuierons l'outil sur le plan de la roue, et avec une pointe très-aiguë nous tracerons sur cette roue le contour de la dent, qui est donné par l'outil; puis nous remarquerons si le plan qui passe par l'axe *sk'x* et par le sommet de la dent, coupe celle-ci en deux parties égales et symétriques. Si cela n'avait pas lieu, nous relimerions l'outil, s'il y avait beaucoup de différence, ou bien, si cette différence était peu sensible, nous ferions tourner le système *kr* autour de l'axe *r*, jusqu'à ce que les courbes fussent symétriques, et également inclinées à l'égard du plan. Nous remettrions ensuite l'outil à sa première position, au moyen des vis *v'*, *v*, qui le font aller de droite à gauche et réciproquement, afin que l'outil passe toujours par le centre de la roue, quoiqu'il ait fait un mouvement autour de l'axe *r*.

Le tout ainsi préparé, quand la roue est centrée, nous faisons avancer ou reculer l'outil jusqu'à la circonférence de la roue. Nous montons ensuite la corde sur la poulie *F*, fig. 2, et nous faisons aller le moteur afin d'imprimer le mouvement de rotation à l'outil, que nous faisons descendre, au moyen du levier *y*, pour attaquer la pièce à denter. Cette opération pour faire un creux se fait en plusieurs passes (*) ; c'est-à-dire qu'il ne faut prendre à chaque fois, que la moitié, le tiers, le quart, et enfin le cinquième de la matière à enlever, pour faire un creux ; cela dépendra de la dureté et de la tenacité de la matière que nous avons à couper avec des outils tranchants ; je dis outils tranchants, parce que le fer, l'acier et la fonte ne peuvent se couper avec de pareils outils; nous verrons plus loin avec quoi nous les couperons.

Nous devons porter la plus grande attention à la circonférence primitive de la roue, car il faut en cet endroit que la dent ait sa plus grande épaisseur.

Dans le cas qui nous occupe, la partie *fe*, fig. 1, tournant autour du point *e*, est appliquée contre la face *g'e*, qui est parallèle à l'axe *sk'x*.

Le deuxième cas suit la même marche que le premier; seulement quand il s'agit de déterminer la di-

(*) Le mot passe, dans la machine à tailler, nous indique que l'outil doit entrer par un côté du creux et en sortir par l'autre; et en coupant, pour un tour de la roue, une certaine quantité de matière dans chaque creux.

rection oblique de la dent, ou la tangente à l'hélice de la vis sans fin, qui doit aller avec la roue, il faut faire un calibre en tôle exactement de la forme du triangle rectangle générateur de l'hélice. Ce triangle est celui qui aurait un côté de l'angle droit, sur le plan de la base d'un cylindre droit, et que nous enroulerions autour de cette base; or, il est évident que l'hypothénuse de ce triangle s'enroulerait aussi sur le cylindre en engendrant l'hélice, et en conservant la propriété de la tangente, puisque l'angle que fait cette hypothénuse avec une génératrice quelconque, est toujours le même en quelque endroit que nous le prenions. C'est par cette raison que nous l'appelons triangle générateur (*). D'après cela, il est facile d'obtenir ce triangle sur lequel nous construisons le calibre, quand nous connaîtrons la vis; et réciproquement, nous pourrons faire la vis quand nous connaîtrons la roue. En effet, la vis étant connue, proposons-nous de tailler la roue : pour cela, nous développons sur un plan passant par l'axe du cylindre, le contour de la vis *ab*, fig. 6, suivant *cd*, et perpendiculairement à son axe; puis du point *f* pris sur la même génératrice à une distance du point *c*, égale au pas de la vis, nous menons la droite *fd*; nous aurons alors le triangle rectangle précité.

(*) Dans ce triangle nous avons représenté l'hypothénuse par h, la longueur d'un tour de l'hélice, le petit côté par p, le pas de la vis, et le grand côté par b, le contour moyen de cette dernière.

Dans ce triangle nous avons les équations

$$b = 2.\pi r, \quad h = \sqrt{(2.\pi.r)^2 + p^2},$$

dans lesquelles *r* est le rayon moyen de la vis, $p = cf$, $b = cd$ et $\pi = 3{,}1416$, le rapport de la circonférence au diamètre. Ainsi, en connaissant la vis, nous pourrons déterminer les trois côtés du triangle, et par suite l'inclinaison de l'outil.

De même, la roue *AB*, fig. 7, étant connue, nous voulons déterminer la vis : pour cela, nous chercherons d'abord, au moyen d'une fausse équerre et d'un rapporteur, l'angle *ebc*, facile à trouver; cet angle étant supplément de l'angle *abc*, nous aurons l'angle $abc = 180° -$ angle *ebc*; puis le triangle *acb* étant rectangle, sera connu, puisque nous connaissons les angles *acb*, *abc*, et le troisième *bac*, complément de *abc*. De cette manière, en ayant les trois angles du triangle *abc*, nous pourrons au moyen d'un rapporteur construire ce dernier et par suite la vis; car, d'après ce qui précède, nous avons *ac* pour le contour moyen de la vis, ce qui nous donne

$$r = \frac{ac}{2.\pi} \text{ ou } \frac{b}{2.\pi};$$

et *bc* pour le pas de l'hélice. Dans cette dernière opération, il est facile de voir que nous n'avons fait que reconstruire le triangle qui aurait servi à donner l'inclinaison des dents de cette roue.

Cela dit, revenons à notre calibre en tôle, que nous faisons pareil au triangle rectangle *fcd*, fig. 6; ensuite, posons-le sur le plan de la roue qui est centrée, parallèlement au coulisseau, de manière que le grand côté de l'angle droit soit perpendiculaire au plan de cette roue, et que l'hypothénuse soit à droite de la personne faisant face à la machine, pour la vis à droite, et à gauche pour la vis à gauche. Le triangle étant ainsi placé, nous faisons tourner le système *feg*, fig. 1. autour de l'axe *n*, jusqu'à ce que l'outil suive parfaitement l'hypothénuse du triangle, tout en passant par l'un des points de la ligne d'intersection des deux plans perpendiculaires, dont l'un traverse le milieu de l'épaisseur de la roue, et l'autre passe par un rayon que nous traçons sur cette même roue avec un outil très-aigu, lorsque celui-ci se trouvait dans le plan vertical qui passait par l'axe *sk'x*. Ce point sur la roue s'obtient au moyen de l'intersection que nous construisons ainsi : nous traçons d'abord, quand celle-là est sur les pointes du tour, une ligne circulaire qui divise la roue en deux autres égales ; ensuite nous tirons sur le plan de cette roue un rayon, par l'extrémité duquel nous menons une génératrice, quand la roue est centrée sur la machine, et que celle-ci vient d'être vérifiée. Cela fait, nous taillerons comme dans le cas précédent.

La courbe de la dent de cette roue est la développante, et celle du filet de la vis est la cycloïde.

La forme des dents de cette roue, taillée comme il est dit, n'est pas du tout rigoureuse, parce que la vis présente à la dent une surface gauche, qui ne peut pas s'engendrer par un mouvement rectiligne, comme cela a lieu dans cette machine. Cependant, pour des engrenages à vis sans fin, qui n'ont pas un grand effort à supporter, surtout quand c'est seulement, pour régulariser le mouvement d'une machine, et pour simplifier le mécanisme, ce genre de denture peut être employé, et c'est ce que nous faisons journellement pour les vis sans fin de tournebroche, d'horloge, etc.

Mais quand ce système d'engrenage est destiné à faire de grands efforts, la machine à diviser sert seulement à commencer la denture, afin d'avoir la division exacte. Comme il est essentiel de connaître la manière de construire cet engrenage, très-utile dans les arts, pour faire de grands efforts, comme, par exemple, le cric à double vis pour lever des fardeaux, les pressoirs pour exprimer le vin, les huiles, les sirops, etc., nous allons donner le moyen d'y parvenir.

Quand nous construisons cet engrenage, nous nous prémunissons de deux vis sans fin en fer, et pareilles, que nous filetons successivement avec le même outil, l'une, pour servir de pignon à la roue, et l'autre, *ab*, fig. 8, pour construire l'engrenage. Quand celle-ci est filetée, nous la taillons, comme une lime, sur

les filets, dans le creux et sur les côtés du filet, puis nous la trempons en paquet. Habituellement, les dents de ces roues sont en bronze ou en laiton, et c'est pour cette raison que le fer trempé en paquet a assez de dureté pour résister au travail. Après avoir fait cette opération, et tourné la roue de manière que le noyau de la vis puisse se loger sur son contour, nous montons cette roue sur la machine à tailler, pour ouvrir les creux, seulement à la moitié environ de la profondeur et de la largeur très-exacte du filet. Cela terminé, nous retirons la roue de la machine à tailler, pour la monter sur un plateau *k* en bois, (fig. 9), ou en fonte si nous avons souvent de ces roues à faire, lequel peut tourner sur un axe *cd* qui le tient fixé sur un coulisseau *ef*. Ce coulisseau est placé dans une coulisse *hi*, attachée sur l'établi d'un tour, de manière que nous puissions, au moyen d'une vis de pression, faire avancer la roue contre la vis taillée; que nous avons préalablement montée sur deux poupées *a*, *b* à lunettes, sur lesquelles nous faisons tourner cette vis au moyen d'une manivelle *m* que nous y avons fixée. Cette vis, placée sur ces lunettes, doit avoir une course égale à la somme des filets et des creux qu'elle porte; afin que, quand la roue qui engrène avec elle est fixée sur ce plateau, nous puissions faire passer tous les filets dans les creux de la roue, pendant que nous la poussons contre la vis.

Les choses ainsi préparées, nous faisons tourner la vis au moyen de la manivelle, et nous poussons la roue sans la faire tourner contre la vis sans fin. Cette vis étant armée d'aspérités, creuse la roue jusqu'à ce que cette dernière touche le noyau de la première, et c'est ce qui nous fait voir que ce creux est terminé. Nous passons ensuite au creux suivant, en faisant tourner la roue sur le boulon, et en le plaçant comme nous l'avons fait pour le premier; puis nous serrons le boulon. Cette opération se répètera pour tous les creux.

Quand tous les creux sont ainsi faits, nous arrêtons la vis de position afin qu'elle puisse tourner, mais sans parcourir de chemin; ensuite, nous desserrons le boulon *cd* de la roue, de manière que ce dernier puisse, sans se déranger, tourner autour de celui-ci. Après cela nous faisons tourner comme précédemment la vis qui, ne pouvant que tourner sur elle-même, entraîne la roue avec elle. En continuant cette opération, il est facile de voir que les creux et les dents de la roue se régularisent, et que la forme exacte de la vis taillée reste imprimée dans la roue. Nous poursuivrons cette dernière opération, jusqu'à ce que nous trouvions la denture convenable, ce que nous verrons en présentant dans le creux, la véritable vis sans fin; c'est-à-dire celle qui conduira la roue, en fonctionnant comme un pignon.

Je dirai en passant que, dans ce genre d'engre-

nage, quand la roue est commandée par une vis sans fin, celle-ci peut avoir sans inconvénient une, deux, trois, etc. hélices semblables; cela dépendra du rapport des vitesses que nous désirons; mais quand la roue doit commander la vis sans fin, il faut alors que cette dernière ait au *minimum* trois hélices semblables; au-dessous de ce nombre, le système ne tournerait pas, ou du moins s'il tournait, il y aurait une dépense énorme de travail pour produire peu d'effet. Car, en examinant un peu la construction de la vis sans fin, et la manière dont l'effort agit sur elle, nous verrons facilement que l'effet de la roue se transmet à la vis, suivant une direction parallèle à l'axe de cette dernière, et que cette direction n'est autre chose que la tangente à la roue au point commun de celle-ci et de la vis. Comme nous pouvons représenter, par un plan incliné, un petit élément de la surface du filet, nous représentons ce plan par la ligne *ab*, fig. 10, qui forme un angle quelconque avec la ligne *ac*.

L'effort étant transmis à la vis suivant une parallèle à son axe, celle-ci est perpendiculaire à la base de la vis, et par suite, à *ac*; car *ac* est ici le contour rectifié de la vis; nous aurons donc *Ro* pour l'effort que fait la roue sur la vis; mais cet effort peut être représenté par les composantes *po* et *qo*, dont la première pousse normalement le plan qui tend à le mettre en mouvement, et la seconde est perdue par le travail,

parce qu'elle glisse sur le plan. La force *po* n'étant pas dans la direction du mouvement, (cette direction est de *a* en *c*), peut être représentée par les forces composantes *on* et *om*, dont la première est détruite par la résistance du point d'appui. (Dans la vis sans fin c'est la crapaudine, et ici c'est la base *ac*). La seconde est celle qui pousse le plan parallèlement à la base *ac*. Or, la direction de cette force étant celle de la tangente au cylindre de cette vis sans fin, et cette même force passant par un point commun à la roue et à la vis, sera toute pour le mouvement.

Maintenant comparons la force *Ro* à la force *mo* : nous verrons que, dans ce cas, *mo* est environ le tiers de *Ro*. Cette comparaison peut se faire par les droites qui représentent ces forces, parce que nous voyons en statique que le parallélogramme des forces représente en grandeur et en direction les forces qui le composent. Ainsi, avec un tracé bien exact, nous pouvons nous rendre raison de cela; et nous remarquerons qu'il faudra augmenter la hauteur du plan et diminuer la base, pour avoir un peu plus de force; autrement dit, qu'il faudra augmenter le pas de l'hélice, en diminuant le diamètre de la vis. Or, comme ce dernier ne peut être diminué à cause de la solidité, il faudra alors augmenter le pas de la vis sans fin; mais, celui-ci nous ne pouvons pas le faire beaucoup plus grand sans compromettre aussi la solidité de la vis sans fin, et sans faire un mauvais engrenage, parce

que le creux devient plus profond et plus large; nous sommes donc obligés de faire la vis sans fin à trois ou quatre hélices semblables, afin d'avoir un pas d'hélice convenable. En prenant le pas de l'hélice égal au diamètre de la vis, nous pourrons mettre trois hélices, ce qui nous donnera à peu près ce que nous avons trouvé; c'est-à-dire que la force qui fera tourner la vis, sera un peu moins grande que le tiers de celle qu'il faudra appliquer sur l'hélice, suivant une direction parallèle à son axe.

Pour rendre la chose plus évidente, je dirai que si la base du plan incliné, qui représente le tour de la vis sans fin, était égale à la hauteur de ce plan, ou au pas de l'hélice, cette force *om* ne serait encore que la moitié de *Ro*; dans ce cas, nous mettrions à la vis quatre ou cinq hélices semblables. (Voir la machine à fileter pour la construction de la vis). Dans ce qui précède, les frottements ne sont pas compris, ce n'est seulement que la décomposition de la force *Ro* que nous avons donnée.

Dans le troisième cas, nous préparons encore la machine comme dans le premier exemple; mais lorsqu'il s'agit de déterminer l'inclinaison des dents de la roue dans le cône intérieur *cao*, fig. 11, qui est fait par l'outil en creusant cette roue, il faut avoir recours à un calibre en tôle, que nous construisons sur l'épure de la roue en menant sur *ab* par les points *a* et *b* deux perpendiculaires *ad*, *cb*, et en conduisant

bd parallèle à *ca*, par le point *b*, le plus saillant de la dent. Nous avons de cette manière un rectangle *cbda*, qui est coupé en deux parties égales par la diagonale *ab*, qui n'est autre chose que la génératrice extérieure de la dent. Cela dit, construisons sur le triangle *dab* ou *bca* le calibre en tôle et posons-le sur le cône de la roue, (car avant que cette roue soit taillée, c'est tout simplement un cône tronqué), de manière que l'hypothénuse soit sur la surface du cône suivant une génératrice, et que l'angle droit soit du côté du sommet de ce dernier. Il est évident que quand l'outil ou le coulisseau *b*, fig. 2, aura l'inclinaison *d'b'*, fig. 11, et que nous le mettrons en mouvement, comme nous l'avons dit dans le cas précédent, l'outil en coupant la matière, engendrera une surface telle que l'exige la construction de la roue ; car *d'b'* est parallèle à *ao* par construction. Cette inclinaison s'obtient en faisant tourner le coulisseau *f*, fig. 1, autour de l'axe *e*, jusqu'à ce que l'outil parcoure exactement la droite *d'b'*, fig. 11, du calibre en tôle.

Actuellement, voyons comment nous agirons pour faire un creux conique, au moyen de l'outil qui dans son mouvement rectiligne ne peut faire qu'un creux rectangulaire. Soit *demn*, fig. 12, la projection horizontale de la roue ou du cône, et *abed* le creux que nous voulons faire sur celui-ci pour le denter; ce que nous dirons pour un creux s'appli-

quera aux autres. La roue étant bien centrée, comme il est dit dans le premier cas, et la machine bien placée, il est évident que le milieu de l'outil se trouve dans un plan qui coupe le cône en deux parties égales; et comme les dents de la roue doivent concourir au sommet c, il faut que l'outil fasse le creux concourant aussi à ce sommet. Pour cela, nous plaçons sur ce dernier le sommet de l'angle *s*, fig. 13, du tranchant de l'outil, ou bien si la roue à tailler empêche que cela ait lieu, nous faisons passer ce sommet par une génératrice que nous avons préalablement tracée sur le cône, après l'avoir centré sur la machine à tailler. Cet outil étant bien construit, doit avoir une largeur égale au creux *ab*, fig. 12, de la petite couronne, et une courbure égale à celle de la dent au point *e* de la grande couronne.

Cela dit, donnons le mouvement à la machine, et faisons descendre l'outil comme dans les autres cas; celui-ci, en vertu de son mouvement rectiligne, fera un creux de la forme *abud*, prismatique et rectangulaire; ensuite nous passerons au suivant, comme nous l'avons dit pour la roue cylindrique, et nous continuerons de la même manière. Après avoir fait le tour de la roue, nous plaçons, comme précédemment, l'autre sommet de l'angle *t*, fig. 13, de l'outil, au même sommet *c*; ensuite nous remettons la machine en mouvement ainsi que l'outil qui fait le creux *baro*, fig. 12, pareil aux précédents, mais suivant une autre direc-

ion, et nous continuons de cette manière jusqu'à la dernière dent. Ainsi avec un outil ordinaire nous avons fait en deux fois, au moyen de deux creux rectangulaires *abud, bare*, le creux de la dent avec la forme conique.

Quand la roue est ainsi taillée, il reste à terminer à la main la courbe de la dent sur la petite couronne, parce que l'outil ne peut avoir qu'une seule courbure et une seule largeur ; ce qui nous oblige à donner à l'outil la largeur du creux *X* de la petite couronne, et la courbure de la dent de la grande.

Cette opération, qui se fait à la main, quoique ce soit peu de chose à faire, peut s'abréger de beaucoup ; pour cela nous faisons un outil particulier sur la courbure de la dent de la petite couronne, et nous le plaçons sur la machine, après que le précédent a fait son opération, de manière que cet outil abandonne la matière aux trois quarts environ de la largeur de la dent : et c'est en inclinant davantage la partie *f'e*, fig. 1, que nous obtiendrons ce résultat. De cette manière nous n'aurons qu'à donner, entre les extrémités de la dent, un léger coup de lime ou de rape, ce qui est bien facile à faire, puisque nous avons les deux bouts pour nous guider. Nous négligerons cette opération, quand les roues coniques seront très-petites.

Nous ferons, comme il est dit dans le premier cas, pour chaque opération un nombre convenable

de passes, afin que la matière ne se détache pas sans être coupée.

Quand nous voulons faire passer l'un des sommets des angles de l'outil par l'axe *sk'x*, fig. 2, ou par une génératrice du cône, nous faisons tourner le plateau *G*, au moyen de l'écrou *K*, fig. 3, à oreille de l'alidade *N*, jusqu'à ce que la génératrice précédente, qui passe par cet axe, se trouve dans le plan perpendiculaire au coulisseau; puis nous poussons l'outil à droite ou à gauche, au moyen des vis *v*, *v'*, fig. 2, selon que c'est à droite ou à gauche que nous le voulons.

Nous avons quelquefois des roues dont le nombre des dents n'est pas un facteur des divisions du plateau. Dans ce cas, nous y parvenons en employant le diviseur universel (nous lui avons donné ce nom, parce qu'il peut diviser toutes les roues que nous pouvons concevoir, et d'un nombre de dents quelconque); ce diviseur n'est autre chose que le plateau *C*, fig. 14, des divisions ordinaires, lequel est taillé comme une roue dentée engrenant avec une vis sans fin *ab* à une hélice, de manière qu'en faisant faire un tour à cette vis, nous fassions tourner le plateau, d'une dent. Ainsi, par exemple : si nous avions une roue à tailler dont le nombre des dents fût de 103, ce nombre n'étant pas facteur d'une division quelconque du plateau, nous nous servirons du diviseur universel, et cela, en divisant 720, le nombre

Digitized by Google

des dents que porte le plateau, par le nombre 103, nous aurons :

$$\frac{720}{103} = 6 + \frac{102}{103};$$

c'est-à-dire qu'il faut que le plateau tourne de 6 dents(*) et de $\frac{102}{103}$ de dent. Or, quand la vis sans fin opère un tour, elle fait tourner le plateau d'une dent; ainsi donc, si nous faisons faire 6 tours et $\frac{102}{103}$ de tour à cette vis, le plateau tournera de 6 dents plus de $\frac{102}{103}$; et la roue à tailler qui est montée sur l'axe du plateau, aura tourné de $\frac{1}{103}$ de son contour, puisque le plateau aura tourné de cette quantité; car $\frac{1}{103}$ de 720 qui est le contour du plateau, est égal à $6 + \frac{102}{103}$. Nous opérerons de cette manière pour tout autre nombre. C'est en employant ce moyen, que nous parvenons à diviser les plateaux des machines à tailler.

Pour avoir plus de facilité à trouver les fractions de tour que nous faisons faire à la vis sans fin, nous fixons un cercle *n*, fig. 1, sur un des appuis de cette vis dont l'axe traverse ce cercle et lui est concentrique. Sur cet axe nous adaptons une aiguille *i* qui sert à compter le nombre de tours et le nombre des divisions qu'il faut prendre sur le plateau *n* pour

(*) Pour le plateau, la dent ou le pas c'est pareil, parce qu'il engrène avec une vis à filet angulaire.

former le numérateur de la fraction, afin de déterminer exactement l'arc que nous devons faire parcourir à cette aiguille pour construire le creux suivant. Comme la fraction de tour change pour chaque nombre différent de dents, nous sommes obligés de coller du papier sur le cercle *n*, à chaque fois que nous avons une roue à diviser ou à tailler. Ce papier porte une circonférence divisée en autant de parties égales que le dénominateur de la fraction en contient. Ce dénominateur est le nombre des dents qu'il faut faire à la roue, quand celui-ci est premier.

Les outils que nous employons pour creuser les roues sont : le *burin*, fig. 13, et la *fraise* fig. 15. Le premier, qui sert à couper le bois, le bronze et le laiton, est un outil tranchant en acier fondu, trempé et recuit à la couleur d'or, (250 degrés centigrades); sa forme *astb* dépend de l'épure de l'engrenage, et les deux entailles *f*, *g* servent à l'empêcher de sortir quand il est en mouvement. Le second, aussi en acier fondu, est la fraise que nous trempons comme l'outil précédent, et qui sert à couper la fonte, le fer et l'acier bien recuit. Nous coupons ces deux derniers en ayant soin de mettre souvent sur la fraise une couche d'huile ordinaire, comme celle que nous employons dans les ateliers. La fraise a une forme *mnop*, fig. 15, qui est aussi donnée par l'épure de l'engrenage; elle se monte sur le même porte-outil *l*, fig. 36, que nous fixons comme le burin au

moyen d'un écrou et d'un argot. Cette fraise est taillée à sa circonférence comme une forte scie, d'abord en grosses dents, ensuite en petites.

La machine à diviser et à tailler, sert aussi à construire les roues d'échappement à goupilles, etc. Pour cela, quand nous avons déterminé sur la roue, la circonférence sur laquelle doivent se trouver les axes des goupilles, nous centrons cette roue comme dans les autres cas; ensuite nous substituons au coulisseau qui porte la fraise ou le burin, un autre coulisseau qui est muni de deux petits colliers, dont l'un porte une vis qui sert de crapaudine, et entre lesquels nous plaçons un axe porte-foret que nous garnissons d'une bobine qui reçoit le mouvement d'une corde fixée à un arc, ou à un archet. Cela fait, quand nous avons placé sur cette circonférence le sommet de l'angle trièdre du foret, nous baissons le levier du coulisseau pendant que le foret tourne; alors celui-ci, en vertu de ce mouvement, percera un trou qui recevra une goupille; nous passons ensuite au suivant en employant le même moyen des roues dentées. C'est ce moyen que nous employons pour faire les points en excavation sur le plateau C (fig. 1, 2 et 3).

Le nombre des tours que doit faire le burin dans une seconde est de 30 à 40, avec un rayon de $0^m,035$ à $0^m,040$; c'est-à-dire que l'extrémité du burin est à cette distance de son centre de rotation. Celui de la

fraise, dans le même temps, est de un à deux tours. Quoique nous prenions ces données pour point de comparaison, nous ferons bien attention à ce que la fraise ne s'échauffe pas, ce que nous obtiendrons en diminuant sa vitesse.

Un autre cas se présente dans cette machine, c'est celui de la division du compteur d'horloge. Nous savons que cette pièce dans la sonnerie est de la plus grande utilité, puisque c'est elle qui, au moyen d'entailles faites sur son contour dans certaines conditions, compte les coups de marteau et fait arrêter le rouage.

Le compteur est un plateau circulaire *abc*, fig. 16, en cuivre, qui est monté sur l'axe d'une roue dentée engrenant avec un pignon placé sur l'axe du tambour de la sonnerie. Quand nous voulons le construire nous calculons le nombre des coups de marteau que l'horloge doit frapper en 12 heures, et comme la marche de ces nombres de coups, en omettant toutefois ceux qui sont pour les demies, suit celle d'une progression par différence dont la raison est 1, il est facile de trouver la somme des nombres de coups, au moyen de la formule $\frac{n(n+1)}{2}$ qui nous donne la somme d'une suite de termes par différence dont la raison est 1, et dans laquelle *n* est le nombre des termes de cette progression.

En effet, en substituant 12 à *n*, 12 qui est le nombre

des termes que nous avons depuis 1 heure jusqu'à 12, nous avons $\frac{12(12+1)}{2} = 78$, ce qui est exact, puisque la somme des 12 premiers nombres est 78. Ce nombre devant être augmenté des 12 demies déjà citées, qui sont intercalées entre les heures, nous aurons donc pour le nombre total des coups de marteau frappés en 12 heures : $78 + 12 = 90$ coups.

Maintenant déterminons, au moyen du galet (*) d'arrêt *d,* le contour primitif du compteur; pour cela nous multiplierons par 90 le rayon de ce galet, augmenté de $0^m,001$ ou $0^m,002$; et nous remarquerons que ce contour passe par le centre de ce dernier quand la sonnerie est en repos.

Exemple. Le galet d'arrêt déjà cité a un rayon de $0^m,007$, nous demandons le contour primitif du compteur d'une horloge qui doit frapper 90 coups de marteau en 12 heures. D'après ce qui précède, nous avons $90\,(0^m,007 + 0^m,001) = 0^m,72$ pour ce contour, et comme nous savons que le rayon de ce dernier est donné par la formule $\frac{0^m,72}{2 \times \pi} = r$; si nous voulons avoir le rayon du contour extérieur nous ajouterons à r le rayon du galet.

(*) Si l'horloge était très-petite, nous ne mettrions pas de galet; nous le remplacerions par une petite pla ue de métal de $0^m,002$ à $0^m,003$ d'épaisseur. Alors, le rayon du galet serait remplacé par la moitié de cette épaisseur.

Autre Exemple. Le galet d'arrêt a un rayon de $0^m,009$, on nous demande le contour primitif du compteur pour une horloge qui ne sonne point les demies, c'est-à-dire qu'elle ne donnera que 78 coups de marteau en 12 heures.

En opérant comme dans l'exemple précédent, nous avons $78\,(0{,}009 + 0{,}001) = 0^m{,}78$ pour ce contour ; et si nous tirons la valeur de son rayon, nous aurons $\frac{0^m{,}78}{2 \times \pi} = r$, puis si nous ajoutons à *r* le rayon du galet, nous aurons celui du contour extérieur.

Après avoir ainsi déterminé le compteur, et l'avoir tourné sur ses faces et sur son contour, nous le centrons et nous le fixons sur l'axe de la machine à tailler, comme nous l'avons fait pour les roues dentées; puis nous faisons un outil ou burin de la forme du galet, c'est-à-dire que le bout de cet outil est terminé par un demi-cercle, fig. 17, que nous mettons dans le porte-outil qui sert à tailler les autres roues.

La division que nous prenons sur le plateau, pour tailler le compteur, est un multiple du nombre total des coups de marteau que doit frapper l'horloge en 12 heures ; ce dernier nombre est de 90 ou de 78, cela dépend de la sonnerie selon qu'elle doit ou non sonner les demies. Ce multiple étant trouvé nous plaçons l'alidade, comme nous l'avons dit dans les cas précédents, au point de départ, et le guide-âne à

une distance de cette dernière, donnée par le quotient de ce nombre multiple par celui des nombres des coups frappés en 12 heures ; ensuite nous faisons tourner la machine pour faire ou pour commencer un creux qui doit avoir pour profondeur le diamètre du galet.

Ce creux se trouvant fini, nous passons au suivant en comptant une division ; mais avant d'aller plus loin, remarquons que le premier creux que nous avons fait est celui dans lequel le galet doit entrer quand midi a sonné, ou que la sonnerie a donné 12 coups de marteau sans s'arrêter ; de sorte que le second creux nous donne midi $\frac{1}{2}$ ou 1 heure, selon que la sonnerie donne 90 ou 78 coups en 12 heures; maintenant pour rendre cela plus facile à comprendre, nous allons prendre ces deux cas : d'abord celui de 90, puis celui de 78.

Pour celui de 90, le premier creux que nous avons fait, nous donne midi sonné ; le second, que nous ferons à une distance d'une division, midi et demi ; le troisième, qui est à la même distance, une heure; et enfin le quatrième, encore à la même distance, nous donnera une heure et demie. Il est facile de voir que les quatre creux que nous ferons n'en formeront qu'un grand ; car nous ne pouvons pas avoir d'intervalle entre eux, parce que, si cela existait, la sonnerie frapperait plus d'un coup.

Le creux de 1 heure et demie passée, étant fini, nous passons au suivant (qui doit nous donner deux heures sonnées); pour cela nous avançons de deux divisions et nous taillons; puis nous comptons une division pour 2 heures et demie, et nous coupons encore la matière. Nous allons ensuite au creux de 3 heures passées, que nous obtenons en comptant trois divisions, et nous taillons; puis nous avançons d'une division pour le creux de 3 heures et demie sonnées, et nous continuons de cette manière, jusqu'à ce que nous ayons compté 12 divisions, ce qui nous fait retomber dans le premier creux que nous avons taillé. Remarquons que ce que nous venons de dire en dernier lieu, signifie que les creux qui doivent donner les heures successives, s'obtiennent en augmentant toujours d'une division le nombre de celle qui a servi pour avoir le creux de l'heure sonnée qui précède; et que, pour les demies, nous comptons toujours une division pour la demie de l'heure qui vient de sonner.

Le cas de 78 coups est plus facile puisque nous n'avons pas les demi-heures à frapper. Nous remarquons d'après cela que le creux de midi passé ne fait qu'un avec celui de l'heure sonnée; c'est-à-dire que, au lieu d'avoir quatre creux n'en formant qu'un, nous n'en avons que deux. La marche à suivre pour les autres creux est la même, excepté celui de la demi-heure pour lequel nous ne comptons pas une division,

comme nous l'avons fait dans le cas de 90 coups.

Le travail moteur que nous appliquons à la manivelle de la grande poulie qui commande le mouvement est de deux à trois hommes ou de 12 à 18 kilogramètres par seconde.

Il est bien entendu que ces données ne conviennent que pour des roues au-dessous d'un mètre de diamètre, et avec une denture assez fine; car jusqu'à présent, pour les roues au-dessus de cette mesure, avec une forte denture, nous avons taillé seulement les modèles en bois, parce que cette machine n'est pas assez solide pour résister à tailler des roues en métal de cette force. Dans les ateliers nous avons l'habitude de faire finir par l'ouvrier ajusteur les dents des fortes roues en métaux et les fortes dents en bois au moyen d'outils ; d'abord avec des burins, puis avec des limes, et à l'aide d'un calibre en tôle fait sur le tracé de l'engrenage.

Nous connaissons l'utilité de la machine à diviser et à tailler : elle nous donne la facilité de diviser exactement les roues, de donner aux dents la courbure très-approchée de la courbe théorique, et d'économiser le temps qui est toujours précieux pour le constructeur. Par son emploi, nous pouvons donner plus de justesse aux engrenages, et par cela même détruire les fautes qui résulteraient d'une mauvaise division, et d'une courbure irrégulière, ce qui ferait que les dents ne se prendraient point sur la ligne

des centres, et ne s'accompagneraient pas sans inconvénient.

Enfin, nous dirons que sans la machine à tailler, l'horloger ne pourrait exécuter ces belles machines à régler le temps, qui donnent si exactement l'heure en quelque époque de l'année que ce soit.

Le tableau suivant donne toutes les divisions qui sont marquées sur notre plateau, (fig. 3).

DIVISIONS DU PLATEAU.

Nos d'ordre.	Nombres.	Nos d'ordre.	Nombres.
1	74	22	142
2	78	23	146
3	82	24	152
4	84	25	154
5	86	26	158
6	88	27	162
7	92	28	166
8	94	29	174
9	98	30	178
10	102	31	182
11	104	32	186
12	106	33	190
13	110	34	192
14	112	35	194
15	114	36	198
16	118	37	210
17	122	38	300
18	126	39	340
19	130	40	365
20	134	41	720
21	138	42	720 (*)

(*) Nombre des dents que porte le plateau.

Pour déterminer les divisions qui conviennent pour un plateau de machine à tailler, nous prenons des nombres qui soient décomposables en beaucoup de facteurs ; comme par exemple, 720 de notre plateau est le plus convenable parce qu'il se décompose en un grand nombre de facteurs qui nous servent pour tailler des roues qui auraient des nombres de dents représentés par les suivants : 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 48, 60, 72, 80, 90, 120, 144, 180, 240, 360 et 720.

Nous voyons que de tous ces nombres aucun n'est premier, et ce sont précisément les nombres premiers que nous n'obtiendrions pas au premier coup, si nous ne prenions point les nombres 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 57, 59, 61, 67, etc., premiers, pour les multiplier par de certains nombres tels que nous n'ayons point de facteurs communs dans les divisions du plateau.

Ainsi, par exemple, en multipliant 7 par 16, nous avons 112, qui nous donne les facteurs 7, 14, 28, 56, et 112 convenables pour tailler des roues ; ces nombres ne sont point parmi ceux de 720. De même, si nous multiplions le nombre 11 par 16, nous aurons le nombre 176, qui nous donne les facteurs 11, 22, 44, 88 et 176, convenables pour tailler des roues ; ces nombres ne se trouvent pas parmi les précédents.

Prenons encore quelques exemples, et soit 13 que nous multiplions par 16 ; puis 17 par 16, nous au-

rons, pour le premier produit, les facteurs 13, 26, 52, 104 et 208, et pour le second, nous avons 17, 34, 68, 136 et 272; tous ces nombres sont différents des précédents. De sorte que nous aurons avec les six divisions : 720, 272, 208, 176 et 112 de quoi tailler au moins 45 roues, chacune d'un nombre de dents différent.

C'est ici le cas de parler de la courbe qu'on doit donner aux dents des différentes roues que nous avons vues. Sans entrer dans un détail compliqué sur la courbure à donner aux dents, nous parlerons seulement de la cycloïde pour les dents d'une crémaillère qui commande une roue, de la développante pour celles de la roue qui commande une crémaillère; et enfin de l'épicycloïde plane, tant pour les dents des roues cylindriques, que pour celles des roues coniques. Pour faciliter d'ailleurs l'ouvrier qui doit se servir de ces courbes, nous donnerons les moyens graphiques pour les construire, en prenant des exemples généraux sur chaque espèce de roue dentée.

Soit donnée une roue dentée qui doit engrener avec une vis sans fin; on nous demande le moyen pour parvenir à construire la courbe des dents. Nous dirons d'abord que, dans ce genre d'engrenage, le damètre de la vis, quel qu'il soit, n'influe aucune-

ment sur le rapport des vitesses angulaires de cette vis et de la roue, et que ce dernier ne peut être donné que par le nombre des fois que le pas de la vis est contenu dans le contour de la circonférence primitive de la roue.

Si la roue est commandée par la vis, nous mettrons à cette dernière 1, 2, 3, etc. hélices ou filets égaux, comme nous l'avons déjà dit, cela dépendra du rapport des vitesses que l'on nous donne ; mais si la roue doit commander la vis, alors nous mettrons trois hélices ou filets.

Nous entendons par circonférences primitives de deux roues dentées, deux lignes circulaires qui, appartenant à ces roues, sont constamment en contact, et ont leurs rayons inversement proportionnels aux nombres des tours qu'elles font dans le même temps.

On appelle vitesse angulaire l'arc parcouru dans l'unité de temps par un point d'une circonférence de cercle ayant pour rayon l'unité de distance, qui est égale à 1 mètre. Ainsi il est facile de se rendre compte pourquoi l'on dit que les vitesses angulaires de deux roues dentées sont inversement proportionnelles à leurs rayons, en prenant, par exemple, ces dernières engrenant ensemble, et telles que l'une fasse dans le même temps trois fois plus de tours que l'autre ; il est évident que pour que cela ait lieu, il faut que la première roue ait un contour

ou le nombre des dents trois fois plus petit que celui de la seconde. Or, les contours des cercles étant proportionnels à leurs rayons, nous aurons le rayon de la première trois fois plus petit que celui de la seconde. Maintenant, supposons que chaque roue porte sur une face une règle de 1 mètre de longueur, lesquelles partiraient des centres, et seraient sur des faces opposées afin que, dans le mouvement elles ne se rencontrent pas, et que ces roues tournent toujours de la même manière. Il est évident que les arcs parcourus dans le même temps par deux points pris aux deux extrémités libres de ces règles partant du même lieu, seraient tels que l'arc parcouru par la première règle serait le triple de l'arc parcouru par la seconde; ce qui nous donnerait, en prenant *r* pour le rayon de la petite roue, et *v* pour la vitesse angulaire de la grande,

$$r : 3r :: v : 3v \text{ ; d'où } r \times 3v = v \times 3r \text{ ;}$$

c'est-à-dire que le produit du rayon de la première roue par sa vitesse angulaire est égal au produit du rayon de la seconde aussi par sa vitesse angulaire, ce qui est la même chose que ce que nous avons dit plus haut.

Cela dit, reprenons notre exemple dans lequel nous voulons que la roue commande la vis, et que celle-là fasse un tour pendant que celle-ci en fait *n*. Pour cela, égalons la hauteur du pas de la vis sans fin à p; puis, comme la roue com-

mande la vis, divisons p par 3, et nous aurons $\frac{p}{3}$ pour la distance d'une hélice à l'autre, ce qui nous donne 3 filets et trois creux dans la hauteur p; ensuite multiplions p par n, et nous aurons $p \times n$ pour le contour de la circonférence primitive. Divisons ce nombre par $2 \times \pi$, et nous aurons $\frac{p \times n}{2 \times \pi}$ pour le rayon primitif de la roue. Le nombre des dents de celle-ci est donné par $n \times 3$, puisque le pas de la roue doit être égal à celui de la vis; de sorte que ce nombre est toujours multiple du nombre des hélices semblables que porte la vis dans la hauteur du pas. Ainsi nous aurons $3 \times n$ pour le nombre des dents de la roue, et 3 filets pour une fois le pas de la vis, ce qui nous donne pour le rapport des vitesses angulaires $\frac{1 \times 3}{n \times 3} = \frac{1}{n}$; c'est-à-dire que, quand la roue aura fait un tour, la vis en aura fait n; c'est ce qu'on nous a demandé.

Cet exemple est celui que nous employons pour régulariser le mouvement d'une machine, soit à l'aide d'un volant à ailes, soit au moyen d'un volant à couronnes; et, comme c'est la roue qui conduit la vis, que nous considérons comme une crémaillère; si nous coupons cette vis et la roue, par un plan passant par l'axe de la première, nous obtiendrons dans ce plan l'engrenage d'une roue avec une cré-

maillère. Cette roue, dis-je, commandant la vis, aura pour courbure de ses dents celle de la développante de son cercle primitif; et celle du filet, une droite perpendiculaire à la direction de la crémaillère ou à l'axe de la vis, comme dans le cas des cames à pilons. Cependant, comme dans les ateliers nous avons l'habitude de donner des flancs aux dents de la roue, et des faces à celles de la crémaillère, nous arrondirons les dents de cette dernière, en suivant la courbure engendrée par le cercle générateur, qui est tangent à une ligne que nous supposons vers le milieu des dents de la crémaillère; cette courbe est la cycloïde.

Il est évident que cela ne modifiera point la première construction, c'est-à-dire que la ligne droite et l'arc que parcourt un point appartenant en même temps à la crémaillère et à la roue, seront encore de même longueur; car ce surplus de courbure, que nous donnons aux dents de la crémaillère, se loge dans le creux en plus que nous avons fait à la roue; c'est seulement pour donner à la dent la forme usitée, que nous agissons de la sorte.

Pour la courbe de la roue, nous savons que la développante du cercle s'obtient par le mouvement d'un point placé à l'extrémité d'un fil, que l'on déroulerait de la surface d'un cylindre, en tenant toujours ce fil bien tendu, et en supposant le cylindre immobile. C'est ainsi que nous l'obtenons:

nous supposons le fil *adb*, fig. 18, appliqué sur le cercle *o* ; nous prenons le point *b* et nous déroulons ce fil de manière à lui faire prendre la position de la tangente *ac*, qui passe par l'extrémité *b'* de la courbe; alors le point *b*, se trouvant en *b'*, dans son mouvement a décrit la courbe *bb'* que nous appelons la développante du cercle.

Nous obtenons cette courbe graphiquement à l'aide des tangentes au cercle ; et voici comment : nous divisons en petites parties égales une certaine portion de la circonférence du cercle primitif (cette partie dépend de l'étendue que doit avoir la courbe), et par chacun de ces points de division nous tirons une tangente. Alors, à partir du point de contact *a*, fig. 19, du cercle *o* avec la tangente *ab* qui doit passer par l'extrémité de la courbe, nous portons sur celle-là autant de fois une de ces divisions que nous en avons pris sur le cercle ; puis sur la tangente *ac* suivante, nous portons encore ce nombre de divisions moins une ; sur la troisième *ad*, ce même nombre moins deux ; sur la quatrième, encore ce même nombre moins trois ; et ainsi de suite, en diminuant toujours d'une division jusqu'à ce que le nombre à soustraire soit égal à l'autre.

Nous nommons, dans la théorie des engrenages, cercles générateurs, ceux qui servent à construire les cycloïdes et les épicycloïdes, et qui donnent la propriété aux roues dentées, quand leurs dents sont

terminées par ces courbes, de se conduire de telle sorte que les arcs parcourus en temps égaux soient de même longueur, ce qui constitue le mouvement uniforme. Le diamètre du cercle générateur d'une roue dentée est égal au rayon du cercle primitif de cette roue. Ainsi donc, toutes les fois que nous aurons à construire une épure d'engrenage, c'est avec le cercle générateur d'une des deux roues, que nous opérerons pour déterminer la courbure de la dent de l'autre roue.

Actuellement, prenons un autre exemple dans lequel les données restent les mêmes, excepté que la crémaillère ou la vis sans fin commandera la roue. Dans ce cas nous considéronsla ligne droite moyenne, sur laquelle prennent naissance les faces des dents, comme une portion de circonférence de cercle qui aurait un rayon infini; de cette manière, la courbure des dents de cette crémaillère ou celle des filets de la vis, se détermine en faisant rouler sur cette ligne droite, le cercle générateur de la roue.

Nous voyons d'après cela que la courbe à déterminer graphiquement est la cycloïde; pour l'obtenir, traçons la ligne *ab*, fig. 20, qui est celle qui doit être constamment tangente au cercle primitif *ode* de la roue dont le centre est en f; puis avec le rayon *fo* comme diamètre, traçons la circonférence génératrice; ensuite prenons une portion *of* de cette circonférence que nous divisons en un certain nombre de parties égales, et telles que nous puissions considé-

rer la corde de chacune d'elles comme confondue avec l'arc de cercle qu'elle sous-tend, et portons une de ces parties sur la droite *ob*, à partir du point *o*, autant de fois que nous en avons pris sur l'arc *of*. Du centre *i* tirons une parallèle *is* à *ab*, et par chacun des points que nous avons pris sur celle-ci, menons des parallèles à *io* qui est perpendiculaire sur *ab*; puis, par chacune des intersections qui sont sur la droite *is*, traçons une circonférence de cercle égale à celle qui a son centre en *i*; cela nous donnera une suite de circonférences sur lesquelles nous déterminerons la courbe cycloïde.

En effet, cette courbe étant décrite par le point *o* pendant le mouvement du cercle générateur sur la droite *ab*, nous remarquons que ce point pendant le mouvement, à chaque fois qu'un point de division de l'arc parvient à toucher celle-ci, se trouve éloigné de la même quantité que ce dernier l'était avant que le point *o* n'eût quitté sa première place. Il est facile de voir d'après cela que, si par chacun des points de division de l'arc, nous tirons des parallèles à *ab*, nous aurons tous les points de la courbe; de telle sorte que la droite 10 qui passe par le point de division de l'arc le plus éloigné de la droite *ab*, rencontrera le cercle 10 le plus éloigné du point *i*. La droite 9 suivante rencontrera le cercle 9 qui est avant le dernier; la troisième droite 8 rencontrera le troisième cercle 8, en prenant le dernier pour le premier; et

ainsi de suite, jusqu'à ce que nous soyons arrivés en *o*, pour les droites que nous avons tirées par les points de division de l'arc, et en *i*, pour la circonférence.

Par ces points de rencontre nous ferons passer la courbe *oA*, ce qui nous donnera celle qui est demandée; et pour donner cette courbure aux dents de la crémaillère, nous prendrons sur la courbe *oA* trois points *o*, *z* et *t* assez près l'un de l'autre, au moyen desquels nous déterminerons, à une partie de cette dernière, un centre *k* avec lequel nous pourrons tracer autant d'arcs de cycloïde que nous voudrons et avec toute la rigueur qu'il est possible de donner aux engrenages.

Nous savons que l'opération qui nous sert pour trouver le centre de cette petite partie de la courbe, que nous considérons comme un arc de cercle, repose sur un théorème de géométrie, au moyen duquel nous pourrons toujours faire passer une circonférence de cercle par trois points donnés.

Par ce centre, quand il est trouvé, nous traçons une parallèle à *ab*, sur laquelle nous prendrons tous les centres de courbure appartenant aux faces des dents de la crémaillère. La distance *ab*, fig. 21, de deux courbes, dans notre exemple, est égal à $\frac{P}{6}$,

puisque $cb = \frac{P}{3}$, et que $ca = ab$; cela fait, nous tirons des perpendiculaires *ok*, *us*, etc. un peu plus

grandes que les courbes *ot*, *un*, etc. de la dent. Nous nommons ces perpendiculaires, flancs ; et les parties courbes, faces. Nous donnons plus loin leurs dimensions, par rapport à l'épaisseur de la dent.

Pour les dents de la roue, nous donnerons la courbure de la développante du cercle primitif de cette roue, ainsi que des flancs qui passeront par le centre de la roue. Lorsque cette courbe sera déterminée, nous en chercherons le centre d'une partie, et par celui-ci nous ferons passer une circonférence de cercle qui contiendra tous les centres appartenant aux faces des dents de la roue.

D'après ce que nous venons de faire, il est facile de voir qu'en pratique le premier exemple est le même que le second ; tandis que la théorie qui est plus exacte, ne donne pas de flanc à la roue, ni de face à la crémaillère du premier exemple ; et dans le second, elle ne donne point de flanc à la crémaillère, mais elle en donne à la roue.

Passons maintenant aux roues planes, et disons que quand deux roues dentées cylindriques se conduisent, la courbure des faces des dents est celle de l'épicycloïde ; et que cette dernière est engendrée par le mouvement d'un point commun à deux cercles tangents, dont l'un tournerait sur l'autre par le simple contact.

Pour construire cette courbe, nous prenons deux cercles *abd*, *cef*, de centres o, o' fig.22, et d'un dia-

mètre quelconque ; puis, nous prenons une portion d'arc *nm* que nous divisons de la même manière que celui de la fig. 20; et nous portons sur l'autre cercle *o*, fig. 22, à partir du point *n*, une de ces parties, autant de fois qu'elle est contenue dans l'arc *nm*.

Cela fait, remarquons que le point *n*, dans le mouvement du cercle *o'* sur l'autre *o*, se trouve, au fur et à mesure que les points de division de l'arc *nm* sont en contact avec l'arc *nce*, à des distances du point *o* égales à celles qu'avaient les points de l'arc *mn*, avant que le cercle *o'* ne se fût mis en mouvement. De cette manière, si nous faisons passer une circonférence de cercle par chacun des points de division de l'arc *mn*, ces dernières contiendront les points de la courbe; et si par le point *o*, et par ceux de l'arc *nce*, nous tirons des rayons prolongés indéfiniment, sur lesquels nous tracerons des circonférences de cercle d'un rayon *no'*, qui seront tangentes aux cercle *o*, ces circonférences contiendront aussi les points de la courbe. Il arrivera alors que ces points, se trouvant sur deux lignes, seront nécessairement aux intersections des circonférences tracées du point *o*, avec celles qui sont tracées sur les rayons prolongés.

Ces points sont situés : le dernier 12, sur la plus grande circonférence tracée du point *o*, et sur celle qui est la plus éloignée du point *o'*; l'avant-dernier 11, sur celle qui vient après la plus grande, et sur celle

qui est plus rapprochée que la dernière du point *o'* d'une division ; et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit arrivé en *n*, pour les circonférences décrites du point *o*, et en *o'*, pour celles qui sont tangentes à l'arc *nce*.

Tous les points étant ainsi déterminés, nous tracerons la courbe *nBC* nommée épicycloïde, ensuite nous prendrons sur cette dernière trois points *s*, *t* et *u*, au moyen desquels nous trouverons le centre *k* qui conviendra pour une très-petite partie de cette courbe, assez grande cependant pour construire la face de la dent.

Par le centre de cette courbe nous ferons passer une circonférence de cercle, qui contiendra tous les centres des faces des dents ; de sorte que, avec le rayon de courbure *ku*, nous tracerons toutes les courbes *ab*, *cd*, etc., fig. 23, puis, avec une règle, les flancs *be*, *df* etc., qu'il convient de donner aux dents.

Cette opération se répète exactement de la même manière pour l'autre roue de centre *o* ; c'est-à-dire, que nous faisons rouler le cercle générateur de cette dernière sur le cercle primitif *lnq* de centre *m*; alors le reste se terminera comme pour la fig. 23.

Cette courbe, l'épicycloïde plane, s'applique aussi aux engrenages des roues d'angle, quoique la théorie nous donne pour ces dernières l'épicycloïde sphérique ; mais d'après la méthode du savant M. Poncelet, la première est assez exacte ponr la pratique,

pourvu que nous la construisions d'après un certain rayon que nous déterminons au moyen des deux roues d'angle; d'ailleurs ce qui suit nous mettra au courant de cela.

Pour parvenir à ce résultat, nous allons prendre un exemple général, qui nous donnera le moyen pour déterminer deux roues coniques qui engrèneraient ensemble sous un angle quelconque formé par leurs axes.

Soit l'angle *bac*, fig. 24, formé par les axes de deux roues coniques, dont l'une commande l'autre suivant le rapport des vitesses angulaires; V : *v*; c'est-à-dire que l'axe *ab* fera V tours, pendant que l'axe *ac* en aura fait *v*; remarquons que *v* est plus grand que V.

Au sommet *a* et sur l'axe *ac*, nous tirons la perpendiculaire *ae* sur laquelle nous prenons V parties égales entre elles qui nous donnent *ua*; au même sommet et sur l'axe *ab* nous tirons une autre perpendiculaire *ad*, sur laquelle nous portons *v* de ces mêmes parties et nous trouvons *as*. Alors par les points *u*, *s*, nous menons deux perpendiculaires *uf*, *sf*, l'une sur *ae*, l'autre sur *ad*; et leur intersection *f* est un point qui appartient à la génératrice commune aux deux cônes primitifs.

En effet, tirons du point *f* deux perpendiculaires, l'une sur l'axe *ac*, l'autre sur l'axe *ab*; puis, remarquons que la première *fh* est égale à *ua* = V,

et la seconde *fg*, à $as = v$, comme parties de parallèles interceptées entre parallèles ; de sorte que, d'après ce que nous avons démontré pour les vitesses angulaires, nous aurons

$$v : V :: fg : fh ; \text{ d'où } v \times fh = V \times fg.$$

Ainsi donc *fh* est le rayon de la roue qui doit être placée sur l'axe *ac*, et *gf*, celui de l'autre roue qui sera sur l'axe *ab;* mais si nous faisons tourner les triangles rectangles *ahf*, *agf*, chacun autour de *ag*, *ac*, ils engendreront chacun un cône droit ; et comme l'hypothénuse est commune aux deux triangles, elle le sera aussi aux deux cônes; donc la droite *af* est la génératrice commune des cônes primitifs.

Dans la roue conique nous considérons deux couronnes : celle de la petite base, et celle de la grande; et cela parce que les cônes sont tronqués. De cette manière, quand le rayon de l'une des bases est trouvé, nous déterminons l'autre en portant sur la génératrice *fa*, fig. 25, la largeur *fo* de la dent, et en tirant par le point *o* une parallèle *oi* à *fh*, ainsi que *ok*, à *fg* pour l'autre roue.

Cela fait, des points *f*,*o*, élevons sur *af* deux perpendiculaires, l'une *mp*, l'autre *nq;* et construisons, d'après le procédé que nous avons vu, les faces des dents de ces roues d'après les épicycloïdes données par les cercles générateurs qui ont pour diamètres les rayons primitifs *fq*, *fn* des grandes couronnes, et *po*, *mo* pour ceux des petites.

Nous construirons les roues de manière qu'après les avoir tournées et taillées, puis les avoir fait engrener, nous puissions appliquer une règle sur les génératrices *us, st*, fig. 26, d'une part, *xd, xq* de l'autre, des cônes *lus, sth* des premières et *kdx, xqe* des cônes des dernières; et de manière que cette règle coïncide sur toute l'étendue *mn* des couronnes. Il est évident que cela n'aura lieu que pour les génératrices qui se trouvent dans le plan qui passe par les deux axes des cônes.

Nous ferons bien attention que, dans ce genre d'engrenage, lorsque nous l'établirons, les axes des roues soient dans le même plan, comme nous l'avons dit; aussi nous ne pouvons trop recommander cela, parce que la déviation, si petite qu'elle soit, produit toujours des arcs-boutants, qui nuisent sensiblement à quelque genre d'engrenage que nous construisions, surtout quand les dents sont un peu longues.

Pour compléter l'exposé de la machine à tailler les roues, et afin de pouvoir trouver tous les renseignements possibles pour parvenir à construire leurs dents, d'après la marche à suivre dans les ateliers, nous allons indiquer les moyens pour les déterminer.

Nous trouvons l'effort que fait la dent d'une roue dentée, par la formule

$$\frac{T}{V} = P$$

dans laquelle T est le travail de cette roue en kilo-

grammètres, V la vitesse en mètres par seconde par un des points de sa circonférence primitive, et P le poids en kilogrammes appliqué à cette circonférence.

Nous appellerons a la largeur de la dent parallèlement à l'axe de la roue, e son épaisseur sur la circonférence primitive, et l la saillie ou la longueur de la dent sur la couronne dans le sens du rayon; c le creux mesuré sur la même circonférence, f la face, F le flanc, et enfin p le pas, ou la distance sur cette circonférence du centre d'une dent au centre de celle qui la suit immédiatement.

Pour le jeu des dents, nous ferons le creux $c = 1,083 \times e$, et le pas deviendra

$$p = e + 1,083 \times e = 2,083 \times e\,;$$

ensuite pour le jeu des dents au fond du creux nous mettrons la saillie de la face $f = 0,428 \times l$ et celle du flanc sera

$$F = l - 0,428 \times l = 0,572 \times l;$$

si nous voulons avoir la longueur totale de la dent, nous ferons $l = 1,2 \times e$ ou $l = 1,3 \times e$.

En faisant les dents plus longues nous nous exposerions aux arcs-boutants produits par le défaut de précision, laquelle manque toujours assez pour arriver à un résultat aussi parfait que la théorie le donne.

D'après M. Morin, en supposant les dents habituellement graissées, nous avons

$$a = 4 \times e$$

pour des circonférences primitives dont la vitesse



n'excède pas $1^m,5$ par seconde; pour des vitesses plus grandes, nous aurons

$$a = 5 \times e\ ;$$

et enfin pour des dents qui seront mouillées, nous aurons

$$a = 6 \times e,$$

e est toujours l'épaisseur de la dent.

Les formules $e = 0,105 \sqrt{P}$, $e = 0,131 \sqrt{P}$, et $e = 0,145 \sqrt{P}$, données par le même auteur, nous fourniront en centimètres l'épaisseur de la dent, ou le poids qu'elle pourra supporter, pourvu que nous connaissions l'une ou l'autre de ces deux quantités; la première pour la fonte grise, la seconde pour le laiton, le cuivre et le bronze, et la troisième pour les bois durs, tels que charme, racines de poirier, de cormier, etc.

Un exemple suffira pour montrer comment il faut faire : soit $P = 900$ k^{mes}; en substituant nous avons pour des dents en fonte

$$e = 0,105 \sqrt{900} = 3,15 \text{ centimètres.}$$

De cette valeur

$$e = 3,15$$

nous tirons toutes les autres pour pouvoir construire l'engrenage, et nous avons :

$$a = 5 \times e = 15,75 \text{ centimètres},$$

pour une roue qui parcourrait plus de 1,5 mètres à la seconde,

$l = 1,2 \times e = 3,78$ centimètres,

$c = 1,083 \times e = 3,41$ centimètres,

$f = 0,428 \times l = 1,62$ centimètres,

$p = 2,083 \times e = 6,56$ centimètres,

et $F = 0,572 \times l = 2,16$ centimètres.

Ainsi donc, quand nous aurons une roue dentée à confectionner pour une machine, nous chercherons d'abord, au moyen de la vitesse de la dent ainsi que du travail qu'elle doit faire, le poids à supporter; puis, nous déterminerons comme nous venons de le faire, l'épaisseur *e*, avec laquelle nous aurons toutes les données des dents; alors sur une carte *ab*, fig. 27, nous tracerons leurs courbures, comme nous l'avons dit, afin d'avoir la forme de l'outil *cd*. Ce tracé sur la carte, que nous avons eu le soin de fixer sur une planche dressée, se fait après que le rayon *ku* de courbure est trouvé, ce que nous obtenons en traçant une partie *ef* de la couronne, et en portant sur la circonférence primitive *AB*, deux dents *AC*, *DB*, et le creux *CD*.

Généralement, nous mettons aux fortes roues dentées des dents en bois de cormier, que nous appelons alluchons, et aux pignons qui vont avec ces roues, des dents en fonte. Dans ce cas, nous cherchons, au moyen des formules que nous venons de donner, les épaisseurs *E* et *e* de ces dents; la première *E* pour l'alluchon, et la seconde *e* pour la dent

du pignon; de manière que la somme
$\frac{E+e}{2} + 1{,}083 \times \frac{E+e}{2} = p$, le pas de la roue et du pignon. Multiplions par 2 les deux membres, nous avons $E + e + 1{,}083\,(E + e) = 2 \times p$. Mettons en facteurs communs et effectuons les opérations indiquées, nous trouvons

$$2{,}083 \times E + 2{,}083 \times e = 2 \times p\,;$$

puis divisons par 2 les deux membres et nous avons

$$1{,}041 \times E + 1{,}041 \times e = p = 1{,}041\,(E + e).$$

Ainsi par exemple, supposons que l'alluchon ait à la circonférence primitive $0^m{,}040 = E$, et la dent du pignon $0^m{,}030 = e$; nous avons,

$$p = 1{,}041\,(0^m{,}040 + 0^m{,}030) = 0^m{,}07287\,;$$

de sorte que $0^m{,}0728 - 0^m{,}040 = 3^m{,}328 = C$, est le creux entre deux alluchons consécutifs, et $0^m{,}0728 - 0^m{,}030 = 0{,}0428 = c$, celui qui doit exister entre deux dents consécutives du pignon. Ce genre de dents est préférable à celui de dents en fonte contre dents en fonte; d'abord pour le frottement, quand les dents sont enduites de suif fondu, comme cela se pratique généralement, et ensuite pour le bruit, qui très-souvent empêche d'entendre le dérangement de certaines pièces de la machine.

Dans cette circonstance, avec les dents de matières différentes, c'est l'épaisseur e de la dent du pignon qui nous sert à déterminer la saillie des deux dents.

Dans la détermination des engrenages, nous ren-

controns plusieurs cas pour trouver les rayons de deux roues cylindriques qui sont toujours montées sur deux axes parallèles, et qui sont dans le même plan. Le premier cas est celui dans lequel nous connaissons le rayon *A*, fig. 28, de la roue fixée sur l'axe *ab*, et le rapport des vitesses angulaires $V : v$; c'est-à-dire que nous savons que l'axe *ab* fera V tours, pendant que l'autre *cd* en exécutera *v*. Ce rapport étant toujours connu, même avant l'effort que doit faire la dent, nous établirons la proportion

$$V : v :: n : M ;$$

qui nous donnera les nombres des dents représentant ceux de ces roues.

$$\text{d'où } \frac{V}{v} = \frac{n}{M}.$$

Dans cette formule, il est facile de voir que les nombres des dents des roues sont inversement proportionnels aux vitesses angulaires, et que M est le nombre qui convient pour la roue A, et *n*, celui pour la roue B.

Cela fait, déterminons le rayon B au moyen de la proportion

$$M : n :: A : B ; \text{ d'où } B = A \times \frac{n}{M}.$$

Cette proportion est fondée sur ce que les contours des cercles sont proportionnels à leurs rayons.

Appliquons ces deux équations, en donnant des valeurs numériques à ces lettres, pour cela nous suppo-



sons que la roue A fasse $\frac{3}{4}$ de tour $=$ V pendant que l'autre B en fait $5 = v$, et que le rayon de la première soit égal à $0^m,60 = A$.

Nous avons d'abord $\frac{V}{v} = \frac{\frac{3}{4}}{5} = \frac{3}{20}$;

et en substituant dans l'équation

$$\frac{V}{v} = \frac{n}{M}.$$

nous avons

$$\frac{3}{20} = \frac{n}{M}.$$

Multiplions par 4 les deux termes du premier membre, nous aurons

$$\frac{12}{80} = \frac{n}{M};$$

d'où $n = 12$ dents, et $M = 80$ dents ; puis substituant dans la valeur des rayons, ainsi que dans celle de A, nous aurons

$$B = 0^m,60 \frac{3}{20} = 0^m,09 \text{mètres}.$$

Si, comme cela arrive souvent, l'épaisseur e de la dent était d'abord déterminée, nous chercherions les nombres des dents des roues, comme nous venons de le faire, et nous multiplierions ces derniers par le pas $p = 2,083 \times e$. Par exemple, soient 12 et 80 les nombres des dents que nous venons de trouver, et supposons-les appartenir aux roues dont la dent en fonte doit lever 900 k^{mes}; nous savons que l'épais-

seur de cette dernière est de $0^m,0315$ ou 3 centimètres $0^c,15$. Le pas sera donc

$$p = 2,083 \times 0^m,0315 = 0^m,0656 ,$$

et les contours en mètres des cercles primitifs de ces roues seront

$12 \times 0^m,0656 = 0^m,787$, et $80 \times 0^m,0656 = 5^m,25$; de manière que nous trouverons les rayons r, R de ces cercles par les équations

$r = \frac{0^m,787}{2 \times \pi} = 0^m,125$, et $R = \frac{5^m,25}{2 \times \pi} = 0^m,835$, le premier r pour le pignon et le second R pour la roue. Il est inutile de donner d'autre exemple sur ce calcul, qui du reste est très-simple.

Il peut arriver que nous connaissions la somme A+B des rayons, c'est-à-dire la distance des deux axes *ab*, *cd*, fig. 29, et les vitesses angulaires V : *v*, comme nous les avions précédemment; de sorte que, après avoir déterminé le nombre des dents de chacune d'elles, comme nous venons de le faire, nous établissons les proportions

$$A + B : M + n :: A : M$$

$$\text{et } A + B : M + n :: B : n ;$$

d'où nous tirons

$$A = M \times \frac{A + B}{M + n},$$

$$\text{et } B = n \times \frac{A + B}{M + n},$$

ce qui nous donne la valeur de ces deux rayons. Ces

proportions sont tirées d'une des propriétés de la proportion géométrique, dans laquelle nous avons vu que la somme des termes du premier rapport est à la somme des termes du second, comme le premier antécédent est au second, ou comme le premier conséquent est au second.

Appliquons aussi ces dernières équations; nous supposons encore que la roue A fasse $\frac{4}{9}$ de tour $=$ V, pendant que l'autre B en fait $3\frac{1}{2}$ tours $= \frac{7}{2} =$ v, et que la distance des axes ou la somme des rayons soit de $0^m,80$. En substituant d'abord dans l'équation

$$\frac{V}{v} = \frac{n}{M},$$

nous aurons $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{7}{2}} = \frac{n}{M} = \frac{8}{63}$; puis si nous multiplions par 2 les deux termes du dernier membre, nous aurons

$\frac{n}{M} = \frac{16}{126}$, d'où $n = 16$ dents et $M = 126$ dents.

Actuellement introduisons ces valeurs numériques dans celles des rayons, ainsi que la somme $0^m,80$ de ces derniers, nous aurons

$$A = 126 \times \frac{0,^m80}{126+16} = 0,7098 \text{ mètres, et}$$

$$B = 16 \times \frac{0,^m80}{126+16} = 0,0901 \text{ mètres,}$$

ce qui nous donne les rayons des deux roues A et B: car la somme 0,m7098 + 0,m0901 = 0,m7999 diffère seulement de 0,m0001 de 0,m 80.

Si trois axes parallèles, et dans le même plan, étaient placés de manière que celui du milieu dût commander les deux autres avec certaines conditions de vitesses, nous en prendrions séparément deux *ab*, *cd*, fig 30, et nous opérerions comme nous venons de le faire pour les premiers; ensuite nous nous servirions encore de *ab*, mais avec l'axe *ef*, et nous calculerions encore de la même manière. Mais si l'arbre moteur était un des extrêmes, comme *ef*, par exemple, alors celui *ab* du milieu ne changerait rien au rapport des vitesses angulaires entre les roues *C* et *B* d'après leur nombre de dents, et nous agirions comme si les deux roues devaient engrener ensemble, seulement la direction du mouvement serait changée. En effet, quand la roue de rayon C a tourné d'un certain nombre *q* de dents, celle de rayon A, qui engrène avec elle, aura passé de la même quantité; et cette dernière engrenant avec la roue de rayon *B*, aura fait tourner celle-ci de cette quantité. Les nombres des dents passées par les roues de rayon *C*, *B* sont donc égaux; par conséquent les vitesses angulaires des axes *ef*, *cd* sont en raison inverse des rayons *C*, *B*; d'où nous voyons que la roue *B* a la vitesse qu'elle aurait si elle engrenait avec la roue *C*, seulement la direction du mouvement est en sens contraire de ce qu'elle serait sans la roue *A*.

Il arrive souvent que le rapport des vitesses angulaires est d'une grandeur telle que deux axes parallèles munis de roues dentées ne suffisent plus pour obtenir ce rapport, à moins d'avoir des roues de dimensions telles que nous ne puissions les construire, alors nous sommes obligés d'avoir recours à un troisième et quelquefois un quatrième axe intermédiaires et chacun d'eux est muni de deux roues dentées (un pignon et une roue).

Soit encore par exemple $V : v$, le rapport des vitesses angulaires, ou pour mieux dire, supposons que l'arbre *ef*, fig. 31, fasse v tours pendant que l'axe *cd* n'en fait que V; et, que ce rapport soit d'une grandeur telle qu'il faille un troisième axe *ab* pour obtenir, avec les données ordinaires de la pratique, ce que nous désirons.

Pour cela, rappelons-nous que, dans un système de roues dentées tel que celui de 3 axes ou de 4 etc., le produit des nombres des dents des roues qui commandent, est au produit des nombres des dents de celles qui sont commandées, comme la vitesse angulaire de la dernière commandée, est à la vitesse angulaire de la première qui commande. En appelant n le premier produit et M le second, nous aurons

$$V : v :: n : M \text{ ou } \frac{n}{M} = \frac{V}{v};$$

et, comme d'après ce problème le premier membre se compose de 4 roues, nous pouvons repré-

senter par A et Y, les facteurs de n, et par B et X les facteurs de M. De cette manière, en substituant nous aurons

$$\frac{A \times Y}{B \times X} = \frac{V}{v} ;$$

si dans cette équation nous faisons $\frac{A}{B} = \frac{1}{3}$, nous aurons

$$\frac{1}{3} \times \frac{Y}{X} = \frac{V}{v} ;$$

et en supposant que le rapport $\frac{V}{v}$ soit égal à 1:13,5 ou $\frac{1}{13,5}$ nous aurons, en substituant,

$$\frac{1}{3} \times \frac{Y}{X} = \frac{1}{13,5} ; \text{ d'où } 13,5 \times Y = 3 \times X.$$

Dans cette égalité, il est facile de voir que

$$X = 13,5 \text{ et } Y = 3 ;$$

car en substituant dans l'équation générale, nous avons

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{13,5} = \frac{1}{13,5} ,$$

équation dans laquelle les deux nombres sont identiquement égaux.

Maintenant si, dans le premier membre, nous multiplions par 30 les deux termes de la première fraction, et par 10 les deux termes de la seconde, nous aurons

$$\frac{30}{90} \times \frac{30}{135} = \frac{1}{13,5} ;$$

de manière que nous obtenons pour les quatre roues: $A = 30$ dents, $B = 90$, $Y = 30$ et $X = 135$ dents.

Soit encore une autre application de la formule

$$\frac{A}{B} \times \frac{Y}{X} = \frac{V}{v},$$

dans laquelle nous ferons

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{4},$$

et nous supposerons que le rapport $\frac{V}{v} = \frac{1}{17}$; en substituant nous avons

$$\frac{1}{4} \times \frac{Y}{X} = \frac{1}{17};$$

d'où $17 \times Y = 4 \times X$; d'où encore $Y = 4$, et $X = 17$; car en remplaçant nous aurons $\frac{1}{4} \times \frac{4}{17} = \frac{1}{17}$; équation qui a les deux membres identiquement égaux.

Maintenant, dans le premier membre, en multipliant par 15 les deux termes de la première fraction, et par 5 ceux de la seconde, nous aurons

$$\frac{15}{60} \times \frac{20}{85} = \frac{1}{17};$$

de manière que $A = 15$ dents, $B = 60$, $Y = 20$ et $X = 85$ dents.

Il peut arriver que, dans les machines, nous ayons besoin de 4 axes, fig. 32, munis de roues dentées, et tels que le rapport $\frac{V}{v}$ du premier au der-

nier soit égal, par exemple, à 1 : 51,2 ou $\frac{1}{51,2}$. Le moyen pour déterminer le nombre des dents de chaque roue est le même, seulement nous mettons un terme de plus dans le premier membre, ce qui nous donne

$$\frac{A \times C \times Y}{B \times D \times X} = \frac{V}{v} = \frac{1}{51,2};$$

faisons $\frac{A}{B} = \frac{1}{4}$, $\frac{C}{D} = \frac{1}{5}$; en substituant nous aurons

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{Y}{X} = \frac{1}{512}; \text{d'où } 51,2 \times Y = 20 = X.$$

Multiplions par 10 les deux membres, nous aurons

$$512 \times Y = 200\,X;$$

simplifions, nous aurons

$$64 \times Y = 25\,X; \text{ d'où } X = 64 \text{ et } X = 25;$$

car en substituant, nous avons

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{25}{64} = \frac{1}{51,2}.$$

Maintenant multiplions par 20 les deux termes des deux premières fractions du premier membre, nous aurons :

$$\frac{20}{80} \times \frac{20}{100} \times \frac{25}{64} = \frac{1}{51,2};$$

c'est-à-dire que $A = 20$ dents, $B = 80$, $C = 20$, $D = 100$, $Y = 25$ et $X = 64$ dents.

Ces exemples que nous avons pris arbitrairement,

puisque les nombres 13,5, 17 et 51,2 sont premiers ou fractionnaires, nous font voir que cette méthode peut s'appliquer à une suite d'axes munis de roues dentées aussi longues que nous voudrons, pourvu que nous choisissions quelques données qui soient utiles à la solution du problème.

Le nombre des dents de chaque roue étant connu, nous calculerons deux par deux, au moyen de ces nombres, les rayons de ces roues, d'après la distance des axes qui est toujours, comme nous l'avons dit, la somme des rayons.

Il arrive quelquefois, fig. 29, que la distance des axes de deux roues est donnée, c'est-à-dire $(r+R)$ la somme des rayons; que le pas p est déterminé, ainsi que le rapport $\frac{V}{v}$ des vitesses angulaires. Alors nous cherchons les nombres n et M des dents des roues au moyen de ces quantités; et pour arriver à un résultat assez exact, nous déterminerons toujours le nombre n des dents moindre que M; parce qu'il arrivera souvent que nous obtiendrons de cette manière M en nombre entier, ce que nous devons avoir.

Pour arriver au résultat nous écrivons d'abord

$$\frac{V}{v}=\frac{n}{M};\text{ d'où } M=\frac{v\times n}{V};$$

ensuite nous remarquons que n et M étant les nombres des dents des deux roues, $p\times n$ et $p\times M$ se-

ront leurs contours primitifs. De manière que nous aurons la proportion

$$p \times n + p \times M : r + R :: p \times n : r;$$

et en remarquant que $r = \frac{p \times n}{2 \times \pi}$; et en substituant dans la proportion, nous aurons

$$p \times n + p \times M : r + R :: p \times n : \frac{p \times n}{2 \times \pi}, \pi = 3{,}1416;$$

d'où $\frac{p \times n}{2 \times \pi}(p \times n + p \times M) = p \times n\,(r + R)$; et en multipliant par $2 \times \pi$, puis en chassant les facteurs communs, nous aurons

$$p \times n + p \times M = 2 \times \pi\,(r + R), \text{ ou}$$
$$p\,(n \times M) = 2 \times \pi\,(r + R).$$

Actuellement substituons à M sa valeur $\frac{n \times v}{V}$ ·

nous aurons $p\left(n + \frac{n \times v}{V}\right) = 2 \times \pi\,(r + R)$; puis en effectuant les opérations indiquées dans le premier membre et en multipliant par V, nous aurons $p \times n \times V + p \times n \times v = 2 \times \pi \times V(r + R)$. Alors mettons en facteur commun et divisons par $p\,(V + v)$ nous aurons

$$n = \frac{2 \times \pi \times V}{p} \times \frac{r + R}{V + v};$$

ce qui nous fait voir que le nombre n des dents de la petite roue est égal au double de 3,1416 multiplié par la vitesse angulaire de la grande roue. Ce pro-

duit divisé par p le pas, nous donne un quotient que nous multiplions par le quotient obtenu au moyen de la division de la somme des rayons par la somme des vitesses angulaires. Ce nombre n étant connu, nous l'introduirons dans l'équation $M = \frac{v \times n}{V}$; et quand nous aurons la valeur numérique de M, nous déterminerons les rayons par le procédé que nous avons donné plus haut.

Prenons un exemple : on nous donne $1^m,2$ pour la distance des axes, $\frac{V}{v} = \frac{1}{4}$, et $p = 0^m,03$. En substituant ces valeurs dans la formule générale, nous aurons

$$n = \frac{1 \times 2 \times 3,1416}{0^m,03} \times \frac{1^m,2}{5} = \frac{7^m,5398}{0^m,15} = 50,26,$$

comme nous n'avons pas besoin de fraction de dents, nous prendrons toujours le nombre entier ; alors, si nous tirons la valeur de M, nous aurons

$$M = \frac{4 \times 50}{1} = 200,$$

ce qui nous donne bien le rapport demandé ; car

$$\frac{1}{4} = \frac{50}{200}.$$

Actuellement si nous tirons, au moyen de ces nombres de dents, la valeur des rayons r et R, nous trouverons que $r = 0^m,240$ et $R = 0^m,960$.



Autre Exemple. La distance des axes est de $1^m,75$, le rapport $\frac{V}{v} = \frac{\frac{3}{5}}{4} = \frac{3}{20}$ et $p = 0^m,09$. En substituant nous aurons

$$n + \frac{3 \times 2 \times 3,1416}{0^m,09} \times \frac{1^m,75}{23} = \frac{32^m,98}{2^m,07} = 15 \text{ dents.}$$

Tirons la valeur de M, nous aurons

$$M \times \frac{20 \times 15}{3} = 100 \text{ dents, ce qui nous donne}$$

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100};$$

et les rayons seront $r = 0,^m2282$ et $R = 1,^m5217$.

Il peut nous arriver dans l'équation $M = \frac{v \times n}{V}$, que le dénominateur ne divise pas exactement le numérateur ; dans ce cas nous prendrons le nombre entier qui se rapprochera le plus du quotient de la division. Ainsi par exemple, si dans le précédent problême nous avions trouvé $n = 16$ au lieu de $n = 15$, nous aurions eu

$$M = \frac{20 \times 16}{3} = \frac{320}{3} = 106,6666.$$

Il est évident que 3 ne peut pas diviser exactement 320; alors nous prendrons 107 dents, le nombre entier qui approche le plus près du nombre fractionnaire.

Si, dans les constructions que nous aurons à faire,

nous avions des roues dentées de fortes dimensions dont la couronne ou la jante fût faite par parties, comme cela se pratique dans les ateliers ; il faudrait alors que le nombre M des dents fût divisible par le nombre k des parties qui composent la jante. De même, la roue étant faite pour recevoir des alluchons, il faudrait que ce même nombre M fût divisible par le nombre k des bras ou rayons que porte la roue. Ainsi par exemple : la jante d'une roue est composée de k parties, ou bien porte k rayons ; les vitesses angulaires restant les mêmes, on nous demande le nombre M de dents divisible par K ; pour cela nous égalons le quotient de M sur K à S, de sorte que nous avons $\frac{M}{K} = S$, ou $M = K \times S$; nous substituons dans l'équation de M sa valeur, et nous avons

$$K \times S = \frac{v \times n}{V} \text{ ; d'où } S = \frac{v \times n}{k \times V}.$$

Maintenant prenons les mêmes conditions du cas précédent, c'est-à-dire $n = 15$ dents, $v = 20$ et $V = 3$, et supposons que la couronne soit formée de 8 parties $= k$; en substituant nous aurons

$$S = \frac{20 \times 15}{8 \times 3} = 12{,}5 ;$$

nous prendrons donc 12 pour le nombre S, et nous aurons $12 \times 8 = M = 96$ dents pour la grande roue; remarquons qu'il faut prendre pour le nombre entier S, celui qui approche le plus du nombre fractionnaire.

Appliquons encore cela à une roue qui doit porter des alluchons, puis supposons que les vitesses ne changent pas, et que $n = 16$ dents ; cette roue aura 6 rayons $= k$. Alors en substituant, nous aurons

$$S = \frac{20 \times 16}{6 \times 3} = 17{,}77\,;$$

nous prendrons donc 18 pour le nombre S, et nous aurons $18 \times 6 = M = 108$ dents.

Les nombres n et M des dents étant déterminés, nous tirerons la valeur des rayons au moyen de leur somme $r + R$, si toutefois elle est donnée.

Ce procédé qui n'est pas très-exact, l'est pourtant assez pour que nous ne puissions pas obtenir d'erreur assez sensible sur l'épaisseur de la dent, et dans les vitesses, à moins que ce ne soit pour des machines dans le genre des horloges.

Les pignons dentés doivent avoir au moins dix dents, parce que nous avons remarqué dans les ateliers, que l'engrenage était mauvais quand ils en avaient un nombre moindre.

L'angle formé par les axes de deux roues d'angle, doit être déterminé avant de commencer l'épure de ces roues; et celles-ci doivent avoir leurs axes dans le même plan dans quelques circonstances que ce soit.

Nous donnerons dans notre instruction sur les grosses horloges, le moyen pour parvenir à déterminer exactement le nombre des dents des roues,

quand le rapport des nombres des tours de deux axes est extrêmement grand, et que le nombre des tours de celui qui en fait le plus est premier. Nous pourrons prendre pour exemple, le rapport qui existerait entre un axe qui ferait marquer les heures, et un autre qui ferait marquer les phases de la lune dans le même temps.

Pour déterminer le nombre des dents des roues d'angle, lorsque nous avons quatre axes *ab*, *bc*, *cd* et *de*, fig. 33, nous procéderons de la même manière; et pour les rayons nous les calculerons séparément deux par deux, après que le nombre des dents de chaque roue sera trouvé; ce qui se fait en suivant la méthode que nous avons donnée pour les roues d'angle.

Nous remarquons que, si nous considérons l'engrenage de trois roues d'angle *a*, *b*, et *c*, fig. 34, dans leur mouvement circulaire, celui de la roue *c* est de direction contraire au mouvement de la roue *a*, et que cela peut nous servir dans une infinité de circonstances.

Toutes les fois qu'une roue cylindrique conduira plusieurs pignons de différents diamètres, ou qu'elle sera conduite par un pignon que nous remplaçons par un autre pour changer les vitesses, nous emploierons pour les faces des dents, la courbe développante du cercle primitif de chaque roue, tant pour les roues que pour les pignons.

Dans le cas de l'engrenage d'une crémaillère avec une roue ou un pignon denté, (la courbure des dents ainsi que le procédé sera le même que celui que nous avons donné pour la vis sans fin), quand nous connaîtrons le chemin C que parcourt cette crémaillère pendant un tour de ce pignon, nous chercherons d'abord l'épaisseur e de la dent de la crémaillère ou du pignon, ce qui nous fera trouver le pas p. Nous remarquerons ensuite que le pas p multiplié par n le nombre des dents qui doit passer dans un tour du pignon, nous donnera un produit qui sera égal à C; ainsi nous aurons $p \times n = C$. Or, comme le contour de la circonférence primitive doit être aussi égal à C, nous aurons donc

$$2 \times \pi \times r = C;$$

et en substituant à C sa valeur $p \times n$, nous aurons

$$2 \times \pi \times r = p \times n;$$

d'où $r = \frac{p \times n}{2 \times \pi}$; r est le rayon de ce contour primitif; ainsi nous aurons le rayon r, le pas p, et le nombre n des dents pour les données du pignon.

Dans ce genre de calcul, nous nous arrangerons toujours, en augmentant un peu le pas et par suite l'épaisseur de la dent, de manière à obtenir un nombre entier pour le quotient n de la division de C par p.

Usage des roues cylindriques, coniques et cylindriques obliques.

Nous employons la première quand deux axes sont dans le même plan, et qu'ils sont parallèles; la

seconde, quand deux axes forment un angle quelconque et qu'ils sont dans le même plan ; enfin la troisième, quand deux axes sont perpendiculaires entre eux et qu'ils ne sont pas dans le même plan ; c'est le cas de la vis sans fin engrenant avec cette roue. Nous obtenons encore ce dernier résultat au moyen de deux roues obliques, taillées à droite ou à gauche, mais de même sens, et en remarquant qu'il faut que la direction des dents fasse un angle de 45° ou $\frac{1}{2}$ angle droit avec le plan de la roue, fig. 35; ces dernières ne sont en usage que pour des axes qui n'ont pas de grands efforts à faire.

Nous ne parlons point de la roue à engrenage intérieur, parce que notre machine ne peut pas les tailler; à moins que nous n'y fassions de grandes modifications.

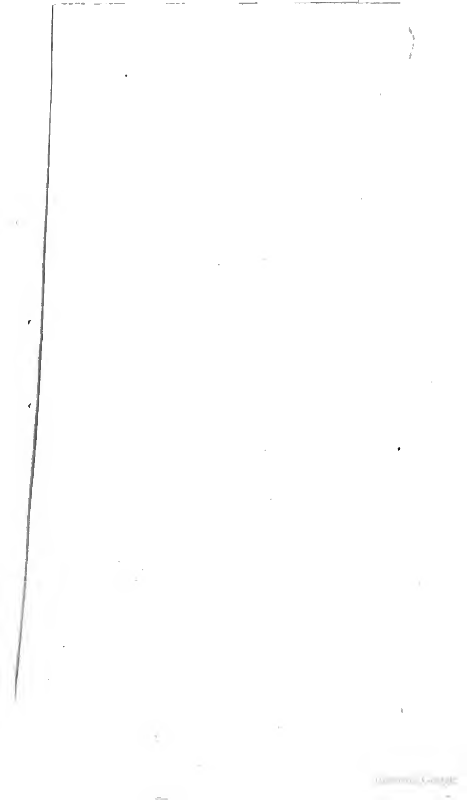
Nous croyons avoir donné, sur les engrenages, pour ce qui concerne les dents des roues afin de les tailler sur notre machine, toutes les conditions qui peuvent se présenter pour construire ces dernières. Quant à la partie qui traite des dimensions des jantes ou couronnes, des rayons, etc. nous nous en rapporterons à l'aide-mémoire de mécanique par M. Morin.

Si nous désirions connaître d'autres problèmes pour trouver les dents des roues dentées, nous en trouverions dans l'instruction sur la machine à alléser, et dans celle de la machine à fileter; nous trouverions aussi dans la première, en employant les mêmes formules, le moyen d'avoir les rayons de deux poulies.

FIN.

SBN608734





Digitized by Google

Digitized by Google